

## Mathematik 2

### Aufgabe 1

Bestimmen Sie die Lage und Art aller Extremalstellen der Funktion

$$f: (-\pi, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \sin\left(\frac{1}{2}x\right).$$

### Aufgabe 2

Stellen Sie die folgenden komplexen Zahlen jeweils in Polarkoordinaten, also in der Form  $z = |z|e^{i\varphi}$  mit den Polarkoordinaten  $|z|$  und  $\varphi$  dar, und zeichnen Sie den zugehörigen Ortsvektor in der Zahlenebene.

**a)**  $z = -3$       **b)**  $z = -2i$       **c)**  $z = 1 + i$       **d)**  $z = \sqrt{3} + i$

Hinweis: Für die Sinus- und Cosinusfunktion gilt

$\alpha$	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\cos(\alpha)$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\sin(\alpha)$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1

**Aufgabe 3** Bestimmen Sie alle Lösungen  $z \in \mathbb{C}$  (in Exponentialdarstellung) der folgenden Gleichungen:

**a)**  $z^3 = 1$       **b)**  $z^4 - 2 = 2i$       **c)**  $z^2 = (1 + i)^2 + 2$       **d)**  $z^2 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$

Hinweis: Wertetabelle aus Aufgabe 4 berücksichtigen.

### Aufgabe 4

Berechnen Sie mit der Regel von L'Hospital die folgenden Grenzwerte:

**a)**  $\lim_{x \rightarrow 1} 3 \cdot \frac{\sqrt{x}-1}{x-1}$       **b)**  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x-4}{x^2-x-12}$       **c)**  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x}-1}{\sqrt{x}-1}$

### Aufgabe 5

Zeigen Sie mit Hilfe der geometrischen Reihe, dass  $0.\bar{8} = \frac{8}{9}$ .

### Aufgabe 6

Untersuchen Sie die folgenden Reihen auf Konvergenz:

**a)**  $\left( \sum_{k=0}^n \frac{(-1)^k(k+1)}{2k^2+1} \right)_{n \geq 0}$       **b)**  $\left( \sum_{k=0}^n \frac{\cos((k+1)\pi)}{\sqrt{k+1}} \right)_{n \geq 0}$       **c)**  $\left( \sum_{k=0}^n (-1)^{2k} \frac{2k+1}{3+4^k} \right)_{n \geq 0}$